Centre de recherche sur les transports (C.R.T.)
Centre for Research on Transportation
CRT-2006-20

ÉTUDE COMPARATIVE DE DIVERS MODÈLES POUR LE PROBLÈME DE TRANSPORT À LA DEMANDE

par

Julie Paquette
Jean-François Cordeau
Gilbert Laporte

Octobre 2006

Université de Montréal
C.P. 6128, succursale Centre-ville, Montréal QC H3C 3J7 Canada
Téléphone : (514) 343-7575 / Télécopieur : (514) 343-7121

crt@crt.umontreal.ca
www.crt.umontreal.ca

HEC ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL Université de Montréal

2007-00230

CRT-2006-20

ÉTUDE COMPARATIVE DE DIVERS MODÈLES POUR LE PROBLÈME DE TRANSPORT À LA DEMANDE

par

Julie Paquette
Jean-François Cordeau
Gilbert Laporte

Octobre 2006

PUBLICATION
CRT-2006-20

ÉTUDE COMPARATIVE DE DIVERS MODÈLES POUR LE PROBLÈME DE TRANSPORT À LA DEMANDE

par

Julie Paquette[1]
Jean-François Cordeau[1]
Gilbert Laporte[1]

Cette recherche a été subventionnée par le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) et le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH).

1. HEC Montréal, 3000, chemin de la Côte-Sainte-Catherine, Montréal, Canada H3T 2A7 et Centre interuniversitaire de recherche sur les réseaux d'entreprise, la logistique et le transport (CIRRELT), Université de Montréal, C.P. 6128, succursale Centre-ville, Montréal, Canada H3C 3J7 (juliep, cordeau, gilbert@crt.umontreal.ca)

Dépôt légal – Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada, 2006

Résumé

Le problème de transport à la demande consiste à déterminer les tournées et horaires des véhicules qui effectuent le transport d'usagers à leur demande. Ce problème se pose, par exemple, dans le transport adapté de personnes handicapées ou âgées. Le problème de transport à la demande se différencie des problèmes de cueillettes et livraison puisque ce sont des personnes qui sont transportées. Il est alors naturel de tenir compte du niveau de service offert en plus des coûts encourus. La conception d'un système automatisé de transport à la demande doit donc chercher un équilibre entre les coûts d'opération et la qualité du service. Plusieurs modèles et algorithmes capables de produire des solutions de bonne qualité sous diverses contraintes liées à la performance ou au bien-être des usagers existent déjà. Par contre, à la connaissance des auteurs, il n'existe aucune étude systématique sur les meilleurs compromis à atteindre entre les coûts de transport et le niveau de service souhaitable. Cet article vise à combler cette lacune. Pour ce faire, onze modèles ont été implantés et les résultats obtenus ont été comparés. La fonction objectif de chacun de ces modèles comprend deux termes, le premier représentant les coûts de transport et le deuxième représentant le niveau de service (ou les conditions de travail des chauffeurs). Des analyses de sensibilité ont été effectuées en modifiant le poids associé au deuxième terme des fonctions objectifs.

Mots-clés : transport à la demande, algorithme de recherche avec tabous, arbitrage entre les coûts et le niveau de service.

Abstract

In the Dial-a-Ride Problem (DARP), vehicles must be routed and scheduled to satisfy a set of transportation requests formulated by users. Because the transportation involves individuals, quality of service issues must be considered in addition to cost. Several formulations and algorithms have been proposed to solve the DARP under various operating scenarios. However, to the knowledge of the authors, the balance between quality of service and cost has not been systematically studied. In this paper, we compare eleven models that combine cost and quality of service measures through a multiple objective function. Sensitivity results have also been performed by varying the weights associated with the different terms.

Key words: transportation on demand, dial-a-ride, tabu search, quality of service, cost.

1 Introduction

Le problème de transport à la demande consiste à déterminer les tournées et horaires des véhicules qui effectuent le transport d'usagers à leur demande. Les personnes qui ont recours à des service de transport à la demande sont surtout des personnes âgées ou handicappées. De plus en plus de villes offrent des services de transport à la demande, comme en font foi certaines études récentes dont celle de Borndörfer et al. (1997) à Berlin, celles de Toth et Vigo (1996, 1997) à Bologne en Italie et celle de Madsen et al. (1995) à Copenhagen. On peut s'attendre à ce que la popularité de ce type de transport augmente au cours des prochaines années en raison du veillissement de la population.

Le problème de transport à la demande fait partie des problèmes de cueillette et livraison qui ont été abondamment étudiés en recherche opérationnelle (voir par exemple Cordeau et Laporte (2003a) ; Cordeau et al. (2006)). Les systèmes de transport à la demande sont souvent coûteux et complexes à gérer. L'étude de Cordeau et Laporte (2003a) décrit plusieurs modèles et algorithmes capables de produire des solutions de bonne qualité sous diverses contraintes liées à la performance ou au bien-être des usagers. Les problèmes de transport à la demande se distinguent des problèmes classiques de cueillette et livraison en raison de l'importance accordée aux considérations humaines. Comme ce type de transport s'applique à des personnes et non à des objets, il est en effet naturel de tenir compte de contraintes associées au confort des passagers comme le temps passé à bord du véhicule et la ponctualité.

La conception d'un système automatisé de transport à la demande doit donc chercher à atteindre un équilibre entre les coûts d'opération et la qualité de service. Bien qu'il existe plusieurs modèles et algorithmes se concentrant sur l'un ou l'autre de ces deux aspects, il n'existe à notre connaissance aucune étude systématique sur les meilleurs compromis à atteindre entre les coûts du système et le niveau de service souhaitable. Notre article vise à combler cette lacune.

1.1 Description du problème

Le problème de transport à la demande peut être écrit sous la forme d'un modèle mathématique linéaire en nombres entiers. On définit ce problème sur un graphe $G = (V, A)$, où $V = \{v_0, v_1, \ldots, v_{2n+1}\}$ est l'ensemble des sommets et $A = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ est l'ensemble des arcs. Le problème comporte n usagers dont chacun a formulé une requête de transport. Chaque requête i comprend un sommet d'origine $v_i \in \{v_1, ..., v_n\}$ et un sommet de destination v_{i+n}. Le sommet v_0 représente le dépôt duquel partent les m véhicules disponibles pour effectuer le transport et v_{2n+1}, le dépôt auquel ils doivent retourner à la fin de la journée. Chaque véhicule a une capacité maximale de Q_k et la tournée qui y est associée a une durée maximale de T_k. À chacun

des sommets $v_i \in V$ est associée une charge q_i qui représente la capacité du véhicule qui est utilisée ou libérée par l'usager à ce sommet ($q_i = -q_{i+n}$; $q_0 = q_{2n+1} = 0$). De plus, on associe à chacun des sommets un temps de service d_i ($d_0 = d_{2n+1} = 0$) et une fenêtre de temps $[e_i, l_i]$. Enfin, on associe à chaque arc (v_i, v_j) un coût de transport c_{ij} et un temps de transport t_{ij}.

Pour résoudre le problème, on doit entre autres déterminer la tournée R_k de chaque véhicule k. La tournée R_k est définie par l'ensemble des arcs (v_i, v_j) qui constituent la tournée du véhicule k. De plus, $J_k = \{v_i | \exists (v_i, v_j) \in R_k, v_j \in V\}$ est l'ensemble des sommets visités par la tournée R_k. Des variables binaires x_{ij}^k sont utilisées pour déterminer si l'arc (v_i, v_j) est emprunté ou non par le véhicule k. En plus de préciser le trajet, la solution doit aussi déterminer les horaires des véhicules, ce qui nécessite plusieurs variables. D'abord, l'heure d'arrivée du véhicule k au sommet v_i est représentée par la variable A_i^k. L'heure de début de service du véhicule k au sommet v_i est représentée par $B_i^k \geq \max\{e_i, A_i^k\}$ et l'heure de départ du véhicule k de ce sommet est représentée par $D_i^k = B_i^k + d_i$. Le temps d'attente W_i^k du véhicule k avant un sommet est positif seulement lorsque $e_i > A_i^k$. Ainsi, $W_i^k = B_i^k - A_i^k$. Enfin, le temps de transport L_i^k de chaque usager i à bord du véhicule k correspond au temps entre la fin du service au sommet d'origine et le début de service au sommet de destination ($L_i = B_{i+n} - D_i$). Ce temps de transport ne doit pas excéder un temps maximum L. Enfin, Q_i^k représente la charge du véhicule k après avoir visité le sommet v_i.

1.2 Revue des principaux objectifs et contraintes

Le décideur, c'est-à-dire le gestionnaire responsable du service de transport, doit s'assurer que les tournées ne seront pas trop coûteuses, tout en veillant à offrir aux usagers un niveau de service acceptable et à assurer aux chauffeurs des conditions de travail équitables. Pour déterminer la qualité des tournées et des horaires, le gestionnaire peut utiliser des critères concernant les coûts de transport, le niveau de service ou les conditions de travail des chauffeurs. Ces critères peuvent être exprimés par différentes fonctions. Par exemple, plusieurs auteurs comme Sexton et Bodin (1985), Sexton et Choi (1986), Dumas et al. (1990) et Fleischmann et al. (2004) utilisent des variantes de l'écart entre l'heure de service réelle et les fenêtre de temps souhaitées pour mesurer le niveau de service. Le niveau de service peut aussi être mesuré en utilisant une fonction relative aux temps de transport des usagers à bord d'un véhicule comme c'est le cas pour les objectifs utilisés dans les algorithmes de Sexton et Bodin (1985), Jaw et al. (1986) et Jaw (1984) et dans un des sous-objectifs de l'heuristique d'insertion en fonction des coûts de renoncement développée par Diana et Dessouky (2004). D'autre part, Stein (1978) représente les conditions de travail des chauffeurs par le maximum de la distance parcourue d'un véhicule parmi tous les véhicules. De plus, la fonction utilisée par Roy et al. (1985) pour représenter la productivité des tournées peut être utilisée

pour représenter la charge de travail des chauffeurs. Puisqu'il existe plusieurs manières d'exprimer les coûts, le niveau de service et les conditions de travail, plusieurs modèles mathématiques permettent de décrire le problème de transport à la demande.

Selon le modèle utilisé, il est possible de s'assurer d'un certain niveau de service (ou des conditions de travail), soit en utilisant des contraintes qui limitent les inconvénients par rapport à des standards prédéterminés, soit en minimisant les inconvénients dans l'objectif. En tenant compte du niveau de service dans l'objectif, il est possible de réaliser un arbitrage entre les coûts et le niveau de service en modifiant les poids associés à chacun des termes. L'algorithme devient alors un outil d'aide à la décision.

Dans la littérature, plusieurs types d'objectifs ont été utilisés lors de la résolution des problèmes de transport à la demande. Il est possible de diviser ces types d'objectifs en trois grandes catégories. D'abord, les objectifs «mini-somme» sont très fréquents. Cullen et al. (1981), Psaraftis (1983), Horn (2002) et Cordeau et Laporte (2003b) minimisent la somme des coûts, qui sont exprimés de différentes façons selon les auteurs. Il est aussi possible d'utiliser ce type d'objectif pour minimiser les inconvénients des usagers comme le fait Stein (1978). Il existe par ailleurs des objectifs «minimax» qui permettent de tendre vers une certaine équité entre les usagers ou entre les chauffeurs des véhicules. Stein (1978) se sert de ce type d'objectif tout comme Psaraftis et Tharakan (1979). Enfin, les multi-objectifs qui représentent la dernière catégorie d'objectifs sont une somme pondérée d'objectifs, qui lorsqu'ils sont analysés individuellement, peuvent être classés dans l'une des deux catégories précédentes. Wilson et al. (1976) furent les premiers à s'intéresser à cette forme d'objectifs. Jaw et al. (1986) utilisent un multi-objectif comprenant trois sous-objectifs dans leur heuristique d'insertion séquentielle. Cette heuristique a été modifiée par Dessouky et al. (2003) pour tenir compte des impacts environnementaux dans l'objectif en plus des coûts économiques. Par ailleurs, Aldaihani et Dessouky (2003) utilisent eux aussi une somme pondérée de deux termes dans la fonction objectif utilisée dans leur algorithme de recherche avec tabous. Enfin, Madsen et al. (1995), dans leur algorithme REBUS, visent à minimiser simultanément les coûts et les inconvénients des usagers en utilisant un multi-objectif comportant cinq sous-objectifs. Ces différents types d'objectifs peuvent tous être utilisés dans des modèles représentant le problème de transport à la demande.

1.3 Buts et plan de l'article

Cette recherche a pour but d'implanter différents modèles comportant diverses fonctions objectif, dans le cadre de l'algorithme de recherche avec tabous développé par Cordeau et Laporte (2003b). Elle contient une analyse en quatre points principaux. D'abord, elle cherche à comprendre les relations entre les coûts, le niveau de service et les conditions de travail. Ensuite, elle a pour but de déterminer si d'autres critères

de performance, différents de ceux choisis par Cordeau et Laporte (2003b), pourraient être utilisés pour aider le décideur dans ses choix. L'analyse vise aussi à déterminer s'il existe une différence dans les solutions obtenues lorsqu'on utilise des types d'objectifs différents qui considèrent un même critère. Enfin, elle permet de déterminer dans quelle mesure l'algorithme de Cordeau et Laporte est flexible. La version du problème étudiée dans ce mémoire est la version statique à plusieurs véhicules.

Cet article est structuré comme suit. Les modèles à analyser seront d'abord présentés à la section 2. Le fonctionnement initial de l'algorithme de recherche avec tabous de Cordeau et Laporte (2003b) et les modifications apportées en fonction des modèles implantés seront ensuite décrits à la section 3. Enfin, la performance de l'algorithme sera analysée à la section 4 en utilisant les résultats de tests effectués sur des instances développées précisément pour des problèmes de transport à la demande.

2 Modèles mathématiques

Nous décrirons d'abord le modèle de base de Cordeau et Laporte (2003b). D'autres modèles pouvant représenter le problème de transport à la demande seront ensuite présentés. Ils se distinguent par leur fonction objectif différente et leurs contraintes. Chaque fonction objectif est de type multi-critères car elle est constituée de la fonction initiale de coûts et d'une autre fonction qui minimise les inconvénients des usagers ou qui vise l'équité des conditions de travail des chauffeurs de véhicules. De façon simple, on peut exprimer l'objectif comme une combinaison linéaire de deux termes :

Minimiser (coût du système) + ϕ(qualité du service),

où ϕ est un paramètre déterminé par le décideur.

2.1 Modèle de base

Dans le modèle de base (MB) de Cordeau et Laporte (2003b), formalisé par Cordeau (2006), l'objectif visé est la minimisation des coûts de transport :

$$\text{Minimiser} \sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k. \tag{1}$$

sous les contraintes :

$$\sum_j x_{0j}^k = 1, \forall k \tag{2}$$

$$\sum_j x_{ji}^k - \sum_j x_{ij}^k, \forall i, k \tag{3}$$

$$\sum_i x_{i,2n+1}^k = 1, \forall k \tag{4}$$

$$\sum_j \sum_k x_{ij}^k = 1, \forall i \tag{5}$$

$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{n+i,j} = 0, \forall i, k \tag{6}$$

$$B_j^k \geq (B_i^k + d_i + t_{ij}) x_{ij}^k, \forall i, j, k \tag{7}$$

$$Q_j^k \geq (Q_i^k + q_j) x_{ij}^k, \forall i, j, k \tag{8}$$

$$L_i^k = B_{n+i}^k - (B_i^k + d_i), \forall i, k \tag{9}$$

$$\max\{0, q_i\} \leq Q_i^k \leq \min\{Q_k, Q_k + q_i\}, \forall i, k \tag{10}$$

$$t_{i,n+i} \leq L_i^k \leq L, \forall i, k \tag{11}$$

$$B_{2n+1}^k - B_0^k \leq T_k, \forall k \tag{12}$$

$$e_i \leq B_i^k \leq l_i, \forall i, k \tag{13}$$

$$B_0^k \geq 0, \forall k \tag{14}$$

$$B_{2n+1}^k \leq T, \forall k \tag{15}$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \forall i, j, k \tag{16}$$

Les contraintes (2), (3) et (4) permettent de s'assurer que chaque tournée débute et se termine au dépôt. Les contraintes (5) et (6) garantissent que tous les sommets sont visités et que l'origine et la destination d'une même requête sont visités par le même véhicule. La cohérence des variables de temps et de charge des véhicules est assurée grâce aux contraintes (7) et (8), respectivement. Le temps de transport d'un usager est défini par les contraintes (9). Par ailleurs, les contraintes (10) permettent de s'assurer que la capacité des véhicules est respectée en tout temps, tandis que les temps de transport des usagers sont limités à l'aide des contraintes (11). La durée maximale d'une tournée est imposée par les contraintes (12). Les fenêtres de temps sont quant à elles imposées par les contraintes (13). Enfin, les contraintes (14) et (15) garantissent que les véhicules partent et arrivent au dépôt dans l'intervalle $[0, T]$.

2.2 Nouveaux modèles

Les modèles qui seront implantés dans l'algorithme de recherche avec tabous peuvent être catégorisés en deux groupes. D'abord, huit modèles relatifs au niveau de service seront présentés, suivis par trois modèles relatifs aux conditions de travail des chauffeurs. Ces modèles sont présentés de façon concise au tableau 1.

TAB. 1 – Tableau récapitulatif des modèles

Modèle	Fonction objectif à minimiser	Contraintes							
		(2, 3, 4) conservation de flot	(5, 6) demande et couplage	(7, 8, 9) cohérence	(10) capacité	(11) temps transport	(12) durée tournée	(13) fenêtres de temps	(14, 15) limites journée
M1	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \sum_i \lvert B_i - e_i \rvert$	√	√	√	√	√	√		√
M2	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_i \lvert B_i - e_i \rvert$	√	√	√	√	√	√		√
M3	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \sum_i L_i$	√	√	√	√		√	√	√
M4	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_i L_i$	√	√	√	√		√	√	√
M5	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \sum_i (L_i - t_{i,i+n})$	√	√	√	√		√	√	√
M6	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_i (L_i - t_{i,i+n})$	√	√	√	√		√	√	√
M7	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \sum_i L_i / t_{i,i+n}$	√	√	√	√		√	√	√
M8	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_i L_i / t_{i,i+n}$	√	√	√	√		√	√	√
M9	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_k (B_{2n+1}^k - B_0^k)$	√	√	√	√	√		√	√
M10	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_k \left\{ 30 \left(\sum_{ve\ J_k} \lvert q_i \rvert \right) / (B_{2n+1}^k - B_0^k) \right\}$	√	√	√	√	√	√	√	√
M11	$\sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ij}^k + \phi \max_k \sum_{ve\ J_k} (d_i + \sum_j t_{ij} x_{ij}^k)$	√	√	√	√	√	√	√	√

2.2.1 Modèles relatifs au niveau de service

Dans le but d'offrir un certain niveau de service, il est possible de minimiser les inconvénients des usagers en même temps que les coûts. Deux principaux critères permettent de représenter le niveau de service, soit le respect des heures de service désirées et le temps de transport des usagers.

Il est d'abord possible de définir le niveau de service en fonction des heures de service désirées par les usagers. Plus les horaires des véhicules respectent les heures de service désirées, plus le niveau de service est considéré comme élevé. Dans ce qui suit, nous considérerons que l'heure de service désirée du sommet i correspond à la borne inférieure e_i de la fenêtre de temps. L'objectif peut donc être la minimisation de la somme ou du maximum des écarts entre l'heure de service désirée et l'heure de service réelle. Les modèles M1 et M2 constitués de ces fonctions présentent les mêmes contraintes que le modèle de base sauf la contrainte (13). À l'aide d'une analyse de sensibilité par rapport à ϕ sur ces modèles, le décideur devrait être en mesure de déterminer la largeur des fenêtres de temps qu'il peut promettre aux clients tout en assumant des coûts raisonnables.

Dans le but de minimiser les inconvénients des usagers, il est aussi possible de considérer les temps de transport comme critère du niveau de service. Plus les temps de transport sont courts, meilleure est la qualité du service. Trois fonctions différentes permettent de maximiser le service en utilisant le temps de transport comme critère. En premier lieu, on peut minimiser la somme ou le maximum des temps de transport des usagers à bord des véhicules (modèles M3 et M4). Ces modèles sont étroitement reliés à la contrainte (11) du modèle de base puisque l'analyse devrait permettre de déterminer la valeur L à utiliser dans cette contrainte. En deuxième lieu, on peut minimiser la somme ou le maximum des écarts entre les temps de transport des usagers et les temps directs de transport (modèles M5 et M6). Plus les temps de transport se rapprochent des temps directs, plus le niveau de service est élevé. À l'extrême, si les temps de transport correspondaient tous aux temps directs, il s'agirait d'un système de transport équivalent à celui des taxis. En dernier lieu, il est possible de minimiser la somme ou le maximum des ratios des temps réels de transport sur les temps directs (modèles M7 et M8). Nécessairement, plus le ratio est petit, plus le niveau de service est élevé. Ces deux derniers critères du niveau de service n'avaient pas été utilisés par Cordeau et Laporte (2003b).

Ces huit modèles permettront de comprendre la relation entre le niveau de service et les coûts. Les modèles M5, M6, M7 et M8 permettront de tester si les critères «temps de transport réel par rapport aux temps directs» et «ratios des temps de transport réels sur les temps directs» sont pertinents. Enfin, la comparaison des modèles M1 et M2, M3 et M4, M5 et M6 et M7 et M8 permettra de déterminer s'il existe une différence dans les solutions lorsque divers objectifs sont utilisés pour un même critère.

2.2.2 Modèles relatifs aux conditions de travail

Dans un autre ordre d'idées, le décideur peut aussi vouloir offrir les meilleures conditions de travail possibles à ses employés tout en minimisant ses coûts. Le principal critère utilisé à cette fin, qu'on retrouve d'ailleurs dans le modèle de Cordeau et Laporte (2003b), est la durée maximale des tournées. La fonction qui minimise le maximum de la durée des tournées parmi tous les véhicules est utilisée dans le modèle M9. À l'aide d'une analyse de sensibilité par rapport à ϕ sur ce modèle, le décideur devrait être en mesure de déterminer la durée maximale T_k de chacune des tournées.

Deux autres critères permettent au décideur de viser une équité entre les chauffeurs. Ces critères n'avaient pas été utilisés par Cordeau et Laporte (2003b) mais ils l'ont été par d'autres auteurs dans la littérature. D'abord, on peut minimiser le maximum de la charge (nombre de clients desservis à l'heure) affectée à un véhicule. Cette fonction utilisée dans le modèle M10 a aussi été utilisée par Roy et al. (1985) pour maximiser la productivité des véhicules et ainsi minimiser les coûts du transporteur. Enfin, pour obtenir une certaine équité entre les chauffeurs, il est possible de minimiser le maximum parmi tous les véhicules du temps durant lequel un véhicule est actif. Comme pour le modèle M10, le modèle M11 comporte les mêmes contraintes que le modèle de base.

Ces trois modèles permettront de comprendre la relation entre les conditions de travail des chauffeurs et les coûts. Les modèles M10 et M11 permettront quand à eux de tester si les critères «charge affectée à un véhicule» et «temps actif d'un véhicule» sont utiles au décideur dans sa prise de décision. Les onze modèles présentés dans cette section ont été implantés dans un algorithme de recherche avec tabous existant, lequel est décrit ci-après.

3 Description de l'algorithme

L'algorithme de base développé par Cordeau et Laporte (2003b) a été modifié pour tenir compte de nouveaux objectifs et de nouvelles contraintes. Cet algorithme est une métaheuristique de recherche avec tabous pour le problème statique de transport à la demande comportant plusieurs véhicules.

3.1 Mécanisme de relaxation

Une des particularités de l'algorithme de recherche avec tabous comparativement à un algorithme de descente est le fait qu'il considère des solutions de moins bonne qualité ou même inadmissibles durant la recherche. Ainsi, on permet temporairement

à l'algorithme de considérer des solutions qui violent une ou plusieurs des contraintes (10) à (13) dans le but de s'extirper d'un optimum local et ainsi trouver une meilleure solution. Le mécanisme consiste à relaxer les contraintes (10) à (13) et à ajouter à la fonction objectif des termes de pénalité.

Au cours de la recherche, les solutions sont évaluées à l'aide de la fonction de coûts $f(s) = c(s) + \alpha q(s) + \beta d(s) + \gamma w(s) + \tau t(s)$, où $c(s)$ représente la fonction objectif et les quatre autres termes sont les pénalités associées aux contraintes (10), (12), (13) et (11), respectivement. La signification de chacun des termes utilisés dans la fonction $f(s)$ est la suivante : $c(s)$ représente la somme des coûts de transport des véhicules, $q(s)$ la somme des violations de la capacité maximale Q_k de chacun des véhicules k, $d(s)$ la somme des violations des durées des tournées par rapport au maximum T_k, $w(s)$ la somme des violations des fenêtres de temps et $t(s)$ la somme des violations du temps maximum de transport des usagers L. Les quatre derniers termes de la fonction $f(s)$ sont pondérés en fonction des paramètres α, β, γ et τ qui sont ajustés de façon dynamique au cours de la recherche, par un facteur $1 + \delta$ (où $\delta > 0$). Selon Cordeau et Laporte (2003b), ce mécanisme de relaxation aide à trouver des solutions admissibles rapidement sur des instances assez contraintes.

3.2 Initialisation et améliorations par recherche avec tabous

La première étape de l'algorithme vise à créer une solution initiale s_0 en affectant au hasard chaque requête i à une tournée k. L'insertion de chaque requête dans une tournée doit uniquement respecter les contraintes (2) à (9).

Après l'étape de construction, l'algorithme tente d'améliorer à chaque itération la solution initiale à l'aide d'échanges inter-tournées qui consistent à se déplacer de s_t, la solution à l'itération t, vers la meilleure solution dans son voisinage $N(s_t)$. Le voisinage $N(s_t)$ est constitué des solutions qui peuvent être obtenues à partir de s en enlevant une requête d'une tournée et en la repositionnant dans une autre tournée. Lorsque l'algorithme effectue un échange inter-tournées, il enlève les sommets v_i et v_{i+n} de la tournée k et reconnecte le prédécesseur et le successeur de chacun de ces sommets dans la tournée k. Les sommets v_i et v_{i+n} sont ensuite insérés dans la tournée k' de façon à minimiser l'augmentation de la fonction objectif $f(s)$. Enfin, lorsque la requête i est enlevée de la tournée k, elle ne peut pas y être réinsérée pendant les prochaines θ itérations. Pour ce faire, l'attribut (i, k) est ajouté à la liste tabou. Cette procédure permet de prévenir le cyclage de l'algorithme.

En plus d'effectuer des échanges inter-tournées à chaque itération, l'algorithme effectue aussi une optimisation intra-tournée à toutes les κ itérations. Des échanges intra-tournée sont aussi effectués lorsqu'une nouvelle meilleure solution est identifiée, ce qui représente une forme d'intensification. Cette procédure enlève séquentiellement chaque

sommet de sa tournée actuelle et le réinsère dans la position qui minimise la valeur de $f(s)$. La recherche s'arrête après η itérations et la meilleure solution réalisable identifiée au cours de la recherche s^* représente la solution finale.

3.3 Insertion d'une requête

Lors des échange inter-tournées, on enlève les sommets v_i et v_{i+n} de la tournée k et on tente ensuite de les insérer dans une tournée k'. Ce mouvement de sommets d'une tournée à une autre a un impact non seulement sur les coûts de transport, mais aussi sur les pénalités associées aux contraintes. Ainsi, l'évaluation de ce type de mouvement nécessite plusieurs calculs. En effet, un mécanisme de huit étapes est nécessaire pour remettre à jour les valeurs des différentes variables tout en minimisant les violations des contraintes.

Dans ce mécanisme, Cordeau et Laporte utilisent la notion de «marge libre» («forward time slack»), notée F_i, initialement introduite par Savelsbergh (1992). L'utilisation de cette notion permet de rendre admissible des tournées qui ne pourraient l'être autrement et d'augmenter la qualité de la solution et la qualité du service donné aux usagers. Pour le dépôt v_0, la «marge libre» représente le temps duquel on pourrait retarder le départ du dépôt pour minimiser la durée de la tournée. Par ailleurs, pour tous les autres sommets de la tournée ($v_i = v_1, ..., v_q$), elle représente le temps duquel on pourrait retarder le début de service au sommet v_i, dans le but de minimiser la durée de transport des usagers. Le calcul de la marge libre s'effectue toujours de façon à ne pas augmenter les violations de fenêtres de temps et les violations de temps de transport. La marge libre est utilisée à plusieurs reprises dans le mécanisme d'insertion et se calcule comme suit :

$$F_i = \min_{i \leq j \leq q} \left\{ \sum_{i<p\leq j} W_p + (\min\{l_j - B_j, L - P_j\})^+ \right\}, \tag{17}$$

où P_j est le temps de transport de l'usager qui a comme destination le sommet v_j, s'il s'agit d'un sommet de destination ($n+1 \leq j \leq 2n$) et $P_j = 0$, s'il s'agit d'un sommet d'origine.

Le mécanisme d'insertion permet d'abord de minimiser les violations des contraintes de fenêtres de temps aux étapes (1) et (2). Il minimise ensuite la durée de la tournée sans augmenter les violations de fenêtres de temps aux étapes (3) à (6). Enfin, à l'étape (7), la procédure permet de minimiser le temps de transport des usagers à bord des véhicules. Voici maintenant les huit étapes, sous forme de pseudo-code :

1. Poser $D_0 := e_0$.
2. Calculer A_i, W_i, B_i et D_i pour chaque sommet v_i de la tournée.

3. Calculer F_0.
4. Poser $D_0 := e_0 + \min\{F_0, \sum_{0<p<q} W_p\}$.
5. Mettre à jour A_i, W_i, B_i et D_i pour chaque sommet v_i de la tournée.
6. Calculer L_i pour chaque requête affectée à la tournée.
7. Pour chaque sommet v_j qui représente le sommet d'origine de la requête j
   (a) Calculer F_j.
   (b) Poser $B_j := B_j + \min\{F_j, \sum_{j<p<q} W_p\}$; $D_j := B_j + d_j$.
   (c) Mettre à jour A_i, W_i, B_i et D_i pour chaque sommet v_i qui se situe après le sommet v_j dans la tournée.
   (d) Mettre à jour les temps de transport L_i pour chaque requête i dont le sommet de destination est situé après le sommet v_j.
8. Calculer le coût d'insertion et les changements dans les violations des contraintes de capacité des véhicules, de durée des tournées, de fenêtres de temps et de temps de transport des usagers.

Cette procédure séquentielle permet d'obtenir des heures de départ et d'arrivée aux sommets qui sont optimaux en fonction d'un objectif hiérarchique qui minimise d'abord $w(s)$ puis $d(s)$ et enfin $t(s)$ pour une solution s donnée.

3.4 Stratégie de diversification

Pour permettre de diversifier la recherche, on pénalise les solutions qui reviennent plus fréquemment. À cette fin, lorsqu'on évalue le coût d'une solution $\overline{s} \in N(s)$, pour laquelle $f(\overline{s}) \geq f(s)$, on ajoute une pénalité à la valeur de $f(\overline{s})$. Cette pénalité s'exprime comme suit : $p(\overline{s}) = \lambda c(\overline{s})\sqrt{nm\rho_{ik}}$, où ρ_{ik} représente le nombre de fois que l'attribut (i,k) a été ajouté à la solution durant la recherche. Le facteur de correction $c(\overline{s})\sqrt{nm\rho_{ik}}$ permet d'ajuster la pénalité en fonction du coût total de la solution et de la taille du problème, mesurée par le nombre d'attributs possibles. Le paramètre λ est quant à lui utilisé pour contrôler l'intensité de la diversification.

3.5 Modifications à apporter en fonction des modèles

L'implantation des modèles décrits à la section 2.2 nécessite quelques ajustements aux calculs effectués par l'algorithme de base. Ces ajustements touchent le calcul des coûts et des pénalités associées aux violations des contraintes pour la majorité des modèles (étape 8). Puisque dans les modèles M1 et M2 les fenêtres de temps ont été remplacées par des heures de service désirées, le calcul de la marge libre n'est plus très efficace. En effet, la marge libre devient alors : $F_i = \min_{i \leq j \leq q} \sum_{i<p\leq j} W_p$. Pour tenter d'améliorer

la performance de l'algorithme dans ce cas particulier, la procédure d'insertion a été modifiée pour permettre de réduire au maximum les déviations des heures de service par rapport aux heures désirées tout en permettant d'obtenir des solutions admissibles. Dans l'algorithme modifié, une étape supplémentaire greffée à l'étape (7) sera ajoutée au mécanisme d'insertion. De façon générale, à l'aide de la nouvelle procédure, on tente de répartir de manière différente les temps d'attente entre les sommets pour diminuer les déviations des heures de service par rapport aux heures désirées. Puisque $B_i \geq \max\{A_i, e_i\}$, le service ne peut pas débuter avant l'heure désirée. Ainsi, si à un sommet v_i, on attend l'heure désirée pour commencer le service et que de ce fait, on cause des déviations pour tous les sommets suivants de la tournée, il serait avantageux de devancer le début de service au sommet v_i. Le sommet v_i serait alors pénalisé, mais cette modification permettrait de diminuer les déviations pour tous les sommets suivants de la tournée. La nouvelle procédure permettra de détecter les situations où ces améliorations sont possibles et d'effectuer les modifications nécessaires.

D'abord, on doit se positionner à un sommet v_i pour lequel $W_i > 0$. La présence d'un temps d'attente avant le sommet v_i permet d'avoir une marge de manoeuvre quant à la détermination de l'heure de début de service à ce sommet. L'algorithme peut amenuiser le temps d'attente à ce sommet et ainsi devancer le début de service. S'il n'y a pas de temps d'attente, il est impossible de devancer l'heure de début de service sans empiéter sur le temps de voyage nécessaire entre le prédécesseur de v_i et le sommet v_i.

Par la suite, à partir du sommet v_i, on calcule une marge M_i pour un certain nombre de sommets subséquents pour lesquels $B_i > e_i$. La marge calculée correspond donc à la différence entre l'heure de début de service au sommet et l'heure désirée ($B_i - e_i$). De façon plus précise, on calcule la marge pour l'ensemble des sommets S qui contient tous les successeurs du sommet v_i jusqu'au sommet v_j pour lequel $W_j > 0$. Le raisonnement qui sous-tend ce critère d'arrêt est le suivant. Lorsqu'on effectue une modification qui devance les temps de service des sommets de la tournée, l'algorithme remet automatiquement B_i plus grand ou égal à la valeur $\max\{A_i, e_i\}$. Si on considère le cas d'un sommet pour lequel $W_i > 0$, alors nécessairement $B_i = e_i$. Ainsi, lorsqu'on devance l'heure d'arrivée à ce sommet, cette heure n'en sera que plus petite et l'heure de début de service restera alors la même. Le temps d'attente avant ce sommet sera donc allongé et les heures de service des sommets subséquents ne seront pas modifiées. Il n'est donc pas utile de calculer la marge pour ces sommets.

La marge est ainsi calculée pour un nombre $|S|$ de sommets. La modification à apporter à l'heure de service du sommet v_i, M, peut être calculée selon trois scénarios possibles, définis au tableau 2.

Lorsque la modification calculée est positive, on change l'heure de service au sommet v_i et on réajuste les heures de services des sommets subséquents. Enfin, une fois cette procédure complétée pour le sommet v_i, on la recommence pour tous les sommets ayant

TAB. 2 – Choix possibles pour le calcul de la modification à apporter aux heures de service

Scénario 1	$M = \min_{i \in S}\{m_i\}$
Scénario 2	$M = \max_{i \in S}\{m_i\}$
Scénario 3	$M = (\sum_{i \in S} m_i)/\lvert S \rvert$

un temps d'attente positif.

Voici donc la septième étape modifiée du mécanisme d'insertion d'un sommet v_i dans une tournée k' pour le scénario 1 :

1. Pour chaque sommet v_j qui représente le sommet d'origine de la requête j
   (a) Calculer F_j.
   (b) Poser $B_j := B_j + \min\{F_j, \sum_{j<p<q} W_p\}$; $D_j := B_j + d_j$.
   (c) Mettre à jour A_i, W_i, B_i et D_i pour chaque sommet v_i qui se situe après le sommet v_j dans la tournée.
   (d) Mettre à jour les temps de transport L_i pour chaque requête i dont le sommet de destination est situé après le sommet v_j.
2. Pour chaque sommet v_j pour lequel $W_j > 0$
   (a) Calculer la marge $m_i = B_j - e_j$ pour tous les sommets ayant $B_j > e_j$, jusqu'à ce qu'on rencontre un sommet pour lequel $W_j > 0$.
   (b) Si la marge minimum est positive
      i. Poser $B_j = B_j + M$.
      ii. Mettre à jour A_i, W_i, B_i et D_i pour chaque sommet v_i qui se situe après le sommet v_j dans la tournée.
      iii. Mettre à jour les temps de transport L_i pour chaque requête i dont le sommet de destination est situé après le sommet v_j.

La procédure est la même pour les scénarios 2 et 3 sauf pour les étapes 7 (b) (ii), où ce seront respectivement la marge maximum et la moyenne des marges qui seront utilisées à la place de la marge minimum. En conclusion, il existe trois scénarios possibles pour modifier l'algorithme qui utilise les modèle M1 et M2. L'algorithme utilisant le modèle M1 sera donc comparé à trois algorithmes qui ont été modifiés pour déterminer s'ils sont plus efficients.

4 Analyses et résultats

L'algorithme de recherche avec tabous de Cordeau et Laporte (2003b) ainsi que les modifications que nous y avons apportées ont été écrits en langage C. Pour tester l'impact des différents modèles sur les solutions, tous les tests numériques ont été effectués sur des ordinateurs Pentium 4, 2 GHz.

4.1 Instances de test

Les vingt instances utilisées pour tester les différents modèles sont celles de Cordeau et Laporte (2003b). Le tableau 3 donne le nombre d'usagers (n) et le nombre de véhicules (m) pour chacune des instances. Pour chaque requête, le temps de service d_i est égal à 10. Le temps maximum de transport L d'un usager est quant à lui égal à 90 minutes pour tous les usagers. La durée maximale des tournées est fixée à 480 minutes. De plus, pour chaque arc (v_i, v_j) le coût c_{ij} et le temps de transport t_{ij} sont équivalents à la distance euclidienne entre les deux sommets. Deux groupes d'instances ont été créés selon des paramètres de génération de fenêtres de temps différents. Dans le premier groupe, c'est-à-dire les instances 1 à 10, les fenêtres de temps sont plus étroites. La limite inférieure de la fenêtre e_i est d'abord choisie au hasard dans l'intervalle $[60, 480]$, puis l_i est choisi dans l'intervalle $[e_i + 15, e_i + 45]$. Dans le second groupe, l_i est choisi dans l'intervalle $[e_i + 30, e_i + 90]$. Au lieu de considérer les fenêtres de temps qui ont été déterminées avec une largeur arbitraire par Cordeau et Laporte, des heures de service seront utilisées. Pour les sommets qui ont une fenêtre de temps significative (différente de $[0, T]$), l'heure de service désirée correspond à la borne inférieure de la fenêtre de temps, soit e_i.

TAB. 3 – Caractéristiques des instances de test

Instance	n	m	Instance	n	m	Instance	n	m	Instance	n	m
1	24	3	6	144	13	11	24	3	16	144	13
2	48	5	7	36	4	12	48	5	17	36	4
3	72	7	8	72	6	13	72	7	18	72	6
4	96	9	9	108	8	14	96	9	19	108	8
5	120	11	10	144	10	15	120	11	20	144	10

4.2 Expérimentation

Pour chacun des modèles, une analyse de sensibilité a été effectuée en variant la valeur du paramètre ϕ, ce qui permet de modifier le poids du deuxième terme de la fonction objectif, qui est relatif au niveau de service ou aux conditions de travail selon le modèle. Il est possible de comparer ces essais entre eux à l'aide des moyennes des critères sur les vingt instances. Cette analyse de sensibilité a été effectuée sur les modèles présentés à la section 2.2. De plus, pour les modèles M1, M3 et M9, ϕ a été posé égal à zéro. Cette tentative permet de déterminer la réduction du coût de transport qui est occasionnée lorsqu'on ne considère pas les contraintes (13), (11) ou (12), selon le modèle.

4.3 Paramètres

Les paramètres ont été fixés aux valeurs utilisées par Cordeau et Laporte (2003b). Ainsi, les paramètres utilisés dans le mécanisme de relaxation, soit α, β, γ et τ sont tous initialement fixés à 1 et cette valeur est par la suite dynamiquement modifiée au cours de la recherche. De plus, les valeurs des paramètres δ, λ et θ ont respectivement été fixées à 0,5, 0,015 et $7,5\log_{10}n$. À toutes les dix itérations, ces valeurs sont modifiées pour permettre une alternance d'intensification et de diversification. Les nouvelles valeurs sont alors choisies au hasard dans les intervalles $[0\,;\,0{,}5]$, $[0\,;\,0{,}015]$ et $[0\,;\,7,5\log_{10}n]$. Enfin, la recherche intra-tournée se fait toutes les $\kappa = 10$ itérations et le nombre d'itérations total η est fixé à 20000.

4.4 Analyse des résultats

Dans cette section, les résultats du modèle de base seront d'abord présentés. Ensuite, les résultats de chacun des modèles seront tour à tour exposés suivis d'une courte analyse.

4.4.1 Résultats pour le modèle de base

Les résultats du modèle de base permettent de faire une analyse comparative des autres modèles. Nos résultats sont présentés au tableau 4. Il importe de préciser la signification de quelques abréviations. «HD» représente les déviations des heures de service réelles par rapport aux heures désirées, tandis que «TT» signifie les temps de transport des usagers. «TT - TD» signifie les violations des temps de transport par rapport aux temps directs et enfin, «ratios TT / TD» représente les ratios des temps de transport sur les temps directs.

TAB. 4 – Résultats du modèle de base

Coûts de transport	520,99	Moyenne ratios TT / TD	8,70
Moyenne HD	22,85	Maximum ratios TT / TD	60,46
Maximum HD	63,01	Somme des durées	2785,29
Moyenne TT	49,58	Maximum des durées	452,37
Maximum TT	90,00	Nombre de clients maximum	2,08
Moyenne (TT - TD)	42,74	Somme des temps actifs	2248,99
Maximum (TT - TD)	85,61	Maximum des temps actifs	388,50

4.4.2 Résultats pour les modèles relatifs au niveau de service

Lorsqu'on teste le modèle M1 avec $\phi = 0$, on obtient un coût de 360,17$. Ainsi, si on ne tient aucunement compte des heures désirées par les usagers, il est possible de diminuer les coûts de transport de 30,87%. Par contre, cette solution est inadmissible car les déviations des heures réelles de service par rapport aux heures désirées sont trop élevées, soit en moyenne de 306,45 minutes.

À partir des résultats du modèle M1, qui minimise la somme des déviations des heures de service par rapport aux heures désirées, on remarque que les déviations seraient alors en moyenne d'environ 15,35 minutes, ce qui est plus faible que dans le modèle de base et d'au maximum 1h52, ce qui est plus élevé que dans le modèle de base. Cette différence entre les résultats des deux modèles peut s'expliquer de deux façons. D'abord, par le fait que le calcul de la marge libre, très utilisé dans la procédure d'insertion, a été modifié. En effet, l'utilisation d'heures désirées au lieu de fenêtres de temps a possiblement amoindri l'efficacité de la procédure d'insertion. Si on effectue les modifications présentées à la section 3.5, on peut espérer des résultats différents pour le modèle M1. La différence de performance pourrait aussi s'expliquer par le fait que le modèle utilisé comporte une fonction additive dans l'objectif et qu'une fonction de type «max» se rapprocherait peut-être plus des résultats du modèle de base. Dans un premier temps, nous analyserons donc les résultats du modèle M1 modifié selon trois scénarios différents puis nous analyserons le modèle M2 qui comporte une fonction «max» dans son objectif au lieu d'une fonction additive.

Modèle M1 modifié

La modification de la procédure d'insertion de l'algorithme ne modifie aucunement le modèle M1, car ce sont seulement les calculs internes effectués par l'algorithme qui sont modifiés. Les résultats du premier scénario (minimum des marges), du deuxième scénario (maximum des marges) et du troisième scénario (moyenne des marges) sont comparés au tableau 5 à l'aide de la moyenne des cinq tentatives ($\phi = 0,01; 0,1; 1; 10; 100$) effectuées sur chacun.

À l'aide du tableau 5, il est possible de constater que les scénarios 1 et 2 sont plus efficaces que le scénario 3 ou que le modèle M1 sans modification. De plus, pour un même coût, le maximum du scénario 2 est inférieur à celui du scénario 1. Il est alors pertinent d'analyser le modèle M1 modifié selon le deuxième scénario (maximum des marges).

On remarque d'abord, à l'aide du tableau 7 que le modèle M1 modifié est plus efficient que le modèle M1. Par ailleurs, à l'aide du tableau 6, si le décideur désirait conserver

TAB. 5 – Comparaison des trois scénarios avec le modèle M1

	Coût transport	Somme HD	Moyenne HD	Maximum HD
Scénario 1	679,30	1316,62	15,24	85,79
Scénario 2	679,00	1316,46	15,24	83,76
Scénario 3	721,28	1396,80	16,17	88,25
M1	717,71	1377,87	15,95	88,94

TAB. 6 – Résultats du modèle M1 modifié selon le deuxième scénario (maximum des marges)

Valeur de ϕ	Coûts transport	Somme HD	Moyenne HD	Maximum HD
0,05	502,84	1268,65	14,68	100,83
0,06	515,14	1055,07	12,21	88,89
0,07	**522,83**	**947,67**	**10,97**	**83,09**
0,08	537,02	767,87	8,89	69,42
0,09	541,49	713,22	8,25	67,68
0,10	550,21	614,86	7,12	59,49

des coûts semblables à ceux obtenus avec le modèle de base, les déviations correspondantes des heures de service par rapport aux heures désirées seraient alors en moyenne d'environ 10,97 minutes et au maximum de 83,09 minutes, ce qui est dans le premier cas inférieur aux résultats du modèle de base et supérieur dans le deuxième cas. Ce n'est donc pas parce que la procédure d'insertion était possiblement moins efficace qu'il existe une différence entre les résultats du modèle de base et ceux du modèle M1.

TAB. 7 – Comparaison des modèles M1 et M1 modifié selon le scénario 2

Modèle M1			Modèle M1 modifié selon scénario 1		
Coûts	Moyenne	Maximum	Coûts	Moyenne	Maximum
463,70	36,66	229,74	464,72	26,96	161,07
517,17	15,35	112,95	515,14	12,21	88,89
553,25	8,68	71,85	550,21	7,12	59,49

Modèle M2

Ainsi, il importe de comparer le modèle M1 au modèle M2 qui utilise la fonction «max» du critère des déviations des heures de service réelles par rapport aux heures désirées au lieu d'une sommation dans la fonction objectif. Pour des coûts de transport autour de 521$, les déviations moyennes se situent entre 32,68 et 54,48 minutes tandis que le maximum des déviations est entre 67,52 et 107,46 minutes. Les déviations moyennes et le maximum des déviations sont alors supérieurs à ceux obtenus avec le modèle de base. Ce modèle se comporte comme le modèle de base tout en étant moins performant. Les similitudes de comportement proviennent probablement du fait que dans le modèle de base, on fixe le niveau de service à l'aide du maximum des déviations, ce qui est plus proche d'une fonction «max» que d'une fonction additive.

Étant donné les résultats des modèles M1 et M2, on peut conclure que si le décideur désire qu'en moyenne les déviations des heures de service par rapport aux heures désirées soient faibles, il utilisera le modèle M1 modifié selon le deuxième scénario. Par contre, s'il désire obtenir une certaine équité entre les usagers, il utilisera le modèle de base. Pour effectuer l'arbitrage entre le niveau de service et les coûts en utilisant le modèle de base, le décideur doit faire varier la valeur avec laquelle les intervalles des fenêtres de temps sont créées. Par ailleurs, pour effectuer l'arbitrage en utilisant le modèle M1 modifié, le décideur doit faire varier la valeur de ϕ et observer l'impact sur les résultats. Il utilisera alors un tableau comme le tableau 6 pour prendre ses décisions. La figure 1 permet de mieux visualiser la relation entre les coûts et le niveau de service.

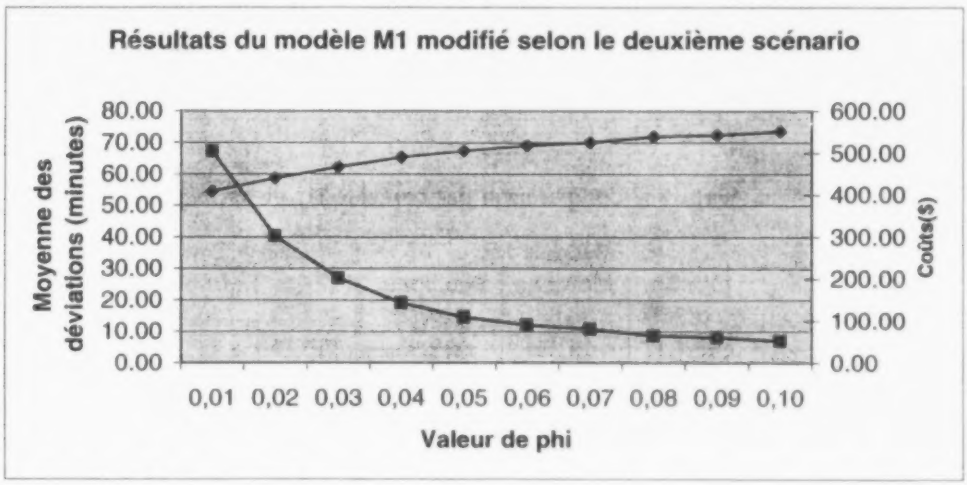

FIG. 1 – Comparaison entre les coûts de transport et les déviations des heures de service réelles par rapport aux heures désirées en fonction de ϕ

Voici maintenant les résultats pour les modèles qui tentent de minimiser les inconvénients des usagers en utilisant le critère du temps de transport des usagers. D'abord, si on ne tient pas compte des temps de transport, c'est-à-dire qu'on fixe $\phi = 0$ dans le modèle M3, on obtient un coût de 355,78$. Comparativement au modèle de base, il s'agit d'une diminution de 31,94% des coûts de transport. Par contre, dans ce cas, les temps de transport sont de 207,68 minutes en moyenne ce qui est très élevé. On ne devrait donc pas considérer cette solution comme admissible.

Modèles M3 et M4

TAB. 8 – Résultats du modèle M3 en fonction de $\phi \in [0,01; 0,1]$

Valeur de ϕ	Coûts transport	Moyenne TT	Maximum TT
0,01	392,47	112,64	382,57
0,02	446,51	66,57	269,16
0,03	451,86	44,48	206,47
0,04	**515,57**	**39,03**	**182,75**
0,05	547,76	30,81	147,47

Les résultats du modèle M3 sont présentés au tableau 8. À l'aide de ce tableau, on peut conclure que le modèle de base est meilleur que le modèle M3 en ce qui concerne le maximum des temps de transport (90 (MB) < 182,75 (M3)), mais que le modèle M3 est meilleur que le modèle de base en ce qui concerne la moyenne des temps de transport (39,03 (M3) < 49,58 (MB)). Cette différence pourrait s'expliquer par le fait que dans le modèle de base, on utilise une contrainte sur le maximum des temps de transport pour tenir compte du niveau de service, tandis que dans le modèle M3 on minimise la somme des temps de transport. Il importe alors de tester le modèle M4, qui utilise une fonction «max» dans la fonction objectif au lieu d'une sommation, pour déterminer si ce modèle donne lieu à des résultats davantage comparables à ceux du modèle de base.

TAB. 9 – Comparaison entre les modèles M3 et M4

Modèle M3			Modèle M4		
Coûts	Moyenne	Maximum	Coûts	Moyenne	Maximum
356,92	193,96	496,69	358,46	207,86	463,22
446,51	66,57	269,16	439,81	113,38	166,97
611,44	20,36	93,35	611,34	58,04	79,88

À l'aide du tableau 9, on remarque qu'en général la moyenne est plus élevée quand on minimise le maximum des temps de transport que quand on minimise la somme.

C'est donc dire que pour rendre le niveau de service équitable entre tous les usagers, le décideur pénalise en fait tous les usagers.

Il est aussi possible de comparer le modèle M4 au modèle de base. Pour des coûts semblables à ceux obtenus avec le modèle de base, la moyenne des temps de transport serait entre 78,58 et 81,99 minutes et le maximum entre 107,21 et 113,32 minutes. On peut conclure que le modèle de base est meilleur que le modèle M4.

Modèles M5 et M6

Voici maintenant les résultats des modèles M5 et M6 qui utilisent le critère «violations des temps de transport par rapport aux temps directs» pour représenter le niveau de service. À l'aide du tableau 10, si on compare les données en fonction des coûts par rapport au modèle de base, on obtient le même coût lorsque $\phi = 0,04$. Par ailleurs, les temps de transport dépassent alors en moyenne de 31 minutes les temps directs, ce qui est inférieur aux 42 minutes obtenus avec le modèle de base. Par contre, les temps de transport dépassent d'au maximum 162,35 minutes les temps directs, ce qui est supérieur à la solution obtenue avec le modèle de base qui est de 85 minutes. Cette différence pourrait s'expliquer de la même façon que la différence entre le modèle M3 et le modèle de base. On doit donc analyser le modèle M6 pour savoir s'il se comporte davantage comme le modèle de base. Les résultats du modèle M6 démontrent que les violations restent très élevées, même pour des coûts relativement élevés. Ce modèle n'est donc pas très efficace.

TAB. 10 – Résultats du modèle M5 en fonction de $\phi \in [0,01; 0,1]$

Valeur de ϕ	Coûts de transport	Somme (TT-TD)	Moyenne (TT-TD)	Maximum (TT-TD)
0,01	397,62	8588,63	99,41	356,05
0,02	451,05	5049,84	58,45	261,43
0,03	485,41	3645,85	42,20	214,99
0,04	**519,32**	**2678,15**	**31,00**	**162,35**
0,05	547,26	2100,81	24,31	131,21

Ainsi, le décideur ne peut pas utiliser le critère de violation des temps de transport par rapport aux temps directs s'il désire une certaine équité entre les usagers, car le modèle M6 n'est pas performant et que dans le modèle de base, il n'y a aucune contrainte qui utilise ce critère.

Modèles M7 et M8

Les modèles M7 et M8 utilisent le critère «ratios des temps de transport sur les temps directs» dans leur objectif. On remarque à l'aide du tableau 11 que pour un coût autour de 521$, les ratios sont en moyenne d'environ 4,83, tandis que le maximum des ratios est d'environ 20,31. Ces valeurs sont inférieures à celles obtenus avec le modèle de base pour un coût semblable. On peut donc conclure que le modèle M7 est plus efficient que le modèle de base.

TAB. 11 – Résultats du modèle M7 en fonction de $\phi \in [0,1;1]$

Valeur de ϕ	Coûts de transport	Somme (TT/TD)	Moyenne (TT/TD)	Maximum (TT/TD)
0,1	420,87	957,31	11,08	40,24
0,2	474,10	588,00	6,81	27,06
0,3	**514,96**	**417,68**	**4,83**	**20,31**
0,4	540,41	343,87	3,98	17,21
0,5	569,93	280,38	3,25	15,10

Par ailleurs, comme pour les autres critères, il est intéressant de comparer ces résultats à ceux obtenus avec le modèle utilisant une fonction «max» du critère dans l'objectif. Les résultats du modèle M8 démontrent que pour un coût autour de 521$, la moyenne des ratios est entre 15,13 et 19,71 et le maximum entre 32,62 et 53,36. Ainsi, le modèle de base est meilleur en ce qui concerne la moyenne des ratios, mais le modèle M8 est meilleur en ce qui concerne le maximum. Peu importe si le décideur désire que les usagers soient bien desservis en moyenne ou s'il désire une certaine équité entre eux, il utilisera le modèle M7. Il utilisera alors le tableau 11 pour effectuer l'arbitrage entre les coûts et le niveau de serive.

Étant donné les résultats des modèles M3 à M8, si le décideur désire utiliser un critère relatif aux temps de transport pour déterminer le niveau de service et qu'il vise une certaine équité entre les usagers, il utilisera le modèle de base ou le modèle M7. S'il utilise le modèle de base, il devra changer la valeur maximale dans la contrainte (11) pour effectuer l'arbitrage entre les coûts et le niveau de service. S'il utilise plutôt le modèle M7 pour déterminer l'arbitrage entre le niveau de service et les coûts, il se servira du tableau 11. Par contre, s'il vise à ce qu'en moyenne les temps de transport soient relativement bas, il devra choisir entre les modèles M3, M5 et M7. Le tableau 12 permet de comparer ces trois modèles entre eux.

On remarque que le modèle M3 est très efficient, car les résultats démontrent qu'il est toujours le meilleur peu importe le critère considéré. Ainsi, le décideur qui vise à ce qu'en moyenne les temps de transport soient relativement bas, devrait utiliser ce modèle

TAB. 12 – Comparaison des résultats des modèles M3, M5 et M7

Modèles	Coûts transport	Moyenne TT	Maximum TT	Moyenne (TT-TD)	Maximum (TT-TD)	Moyenne (TT/TD)	Maximum (TT/TD)
M3	547.76	**30.81**	**147.47**	**24.24**	**136.17**	**4.12**	**16.85**
M5	547.34	37.66	159.69	30.82	159.69	5.31	26.57
M7	547.87	38.81	193.04	31.97	180.60	4.62	18.57

plutôt que les modèles M5 et M7 pour effectuer l'arbitrage entre le niveau de service et les coûts. Il se servira alors du tableau 8 pour déterminer le temps de transport moyen et maximum qu'il peut promettre à ses clients tout en gardant des coûts de transport en deçà de son budget.

Les résultats des huit modèles précédents permettent de démontrer qu'il existe une différence dans les résultats entre les modèles qui utilisent une fonction additive et ceux qui utilisent une fonction «max» dans la fonction objectif. En effet, les modèles M1 modifié, M3 et M5 sont meilleurs par rapport au modèle de base en fonction de la moyenne de leur critère respectif mais pires en fonction du maximum. Les modèles M2, M4 et M6, qui utilisent une fonction «max», sont quant à eux moins efficients que le modèle de base en fonction de leur critère respectif. Ainsi, les modèles ayant une fonction additive permettent à ce qu'en moyenne le niveau de service soit relativement bon, tandis que le modèle de base permet d'obtenir une certaine équité entre le niveau de service offert aux usagers. On peut aussi conclure qu'en voulant assurer une certaine équité entre les usagers, on les pénalise tous un peu car la moyenne des temps de transport est alors plus élevée.

4.4.3 Résultats pour les modèles relatifs aux conditions de travail

Les résultats pour les modèles relatifs aux conditions de travail seront maintenant présentés. Ces trois modèles visent une équité entre la charge de travail des chauffeurs de véhicules.

Modèle M9

Le deuxième terme de la fonction objectif du modèle M9 est le maximum de la durée d'une tournée parmi toutes les tournées. Si on ne tient pas compte de la durée maximale, donc qu'on fixe $\phi = 0$ dans le modèle M9, on obtient un coût de 518,96$, ce qui est sensiblement le même coût que celui obtenu avec le modèle de base. Puisqu'on respecte la contrainte (12) sans même l'imposer, cette contrainte avec la valeur maximale fixée

à 480 minutes est inutile dans le modèle de Cordeau et Laporte (2003b). Par contre, la figure 2 permet au décideur de fixer la valeur maximale de cette contrainte tout en considérant les coûts.

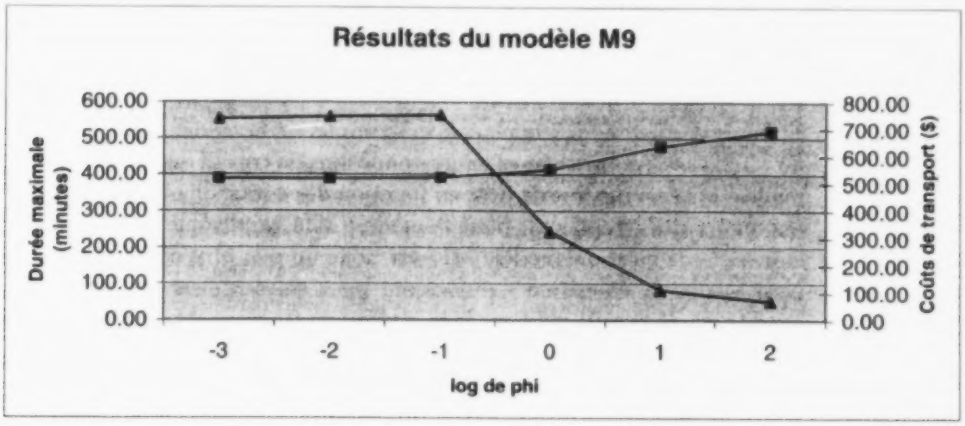

FIG. 2 – Comparaison des coûts de transport et de la durée des tournées en fonction de ϕ

Modèle M10

Un autre critère utilisé dans le modèle M10 qui permet de prendre en considération la charge des chauffeurs est le nombre maximum de clients qu'ils ont desservis par heure durant leur journée de travail. Les résultats de l'analyse du modèle M10 sont présentés au tableau 13.

TAB. 13 – Résultats du modèle M10 en fonction de $\phi \in [0,001; 100]$

Valeur de log ϕ	Coûts de transport	Nombre maximum de clients
-1	**520,56**	**2,07**
0	521,82	2,05
1	523,98	2,01
2	544,76	1,63
3	703,35	1,48

On remarque que pour un coût autour de 521$, le nombre maximum de clients desservis est d'environ 2,07, ce qui est légèrement inférieur à la valeur obtenue avec le modèle de

base qui était de 2,08. Le modèle M10 est donc un peu plus performant que le modèle de base en ce qui concerne ce critère. Le décideur peut donc utiliser le tableau 13 pour faire l'arbitrage entre les coûts et les conditions de travail.

Modèle M11

Enfin, le dernier modèle que nous analyserons est le modèle M11, qui utilise le maximum du temps actif pour représenter les conditions de travail des chauffeurs. Si on compare le modèle M11 au modèle de base en fonction des coûts, on obtient 376,17 minutes comme maximum des temps actif pour le modèle M11 tandis que ce temps est de 388,50 pour le modèle de base. Le modèle M11 est donc un peu plus efficient que le modèle de base pour optimiser ce critère. Le décideur peut alors utiliser la figure 3 pour décider des conditions de travail qu'il est prêt à offrir en fonction des coûts encourus.

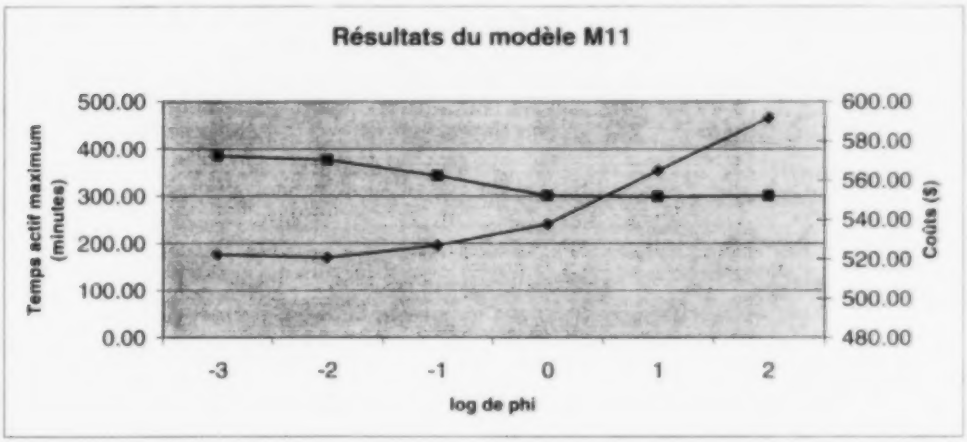

FIG. 3 – Comparaison des coûts de transport et du temps actif des véhicules en fonction de ϕ

L'analyse a permis de constater que rendre les tournées des chauffeurs équitables fait augmenter les coûts de transports peu importe le critère utilisé. Par ailleurs, il est possible d'utiliser le tableau 14 pour comparer les modèles M9, M10 et M11 entre eux.

Ce tableau permet de conclure que chacun des modèles est efficient selon le critère qu'il vise. Les résultats sont donc cohérents. Le décideur utilisera l'un de ces trois modèles pour déterminer l'arbitrage entre les coûts et les conditions de travail des chauffeurs. Le choix du modèle dépendra du critère que le décideur préférera utiliser.

TAB. 14 – Comparaison des modèles M9, M10 et M11

Modèles	Coûts de transport	Maximum des durées	Maximum des temps actifs	Nombre maximum de clients
M9	552.65	**404.11**	360.80	2.09
M10	548.32	436.05	**324.03**	1.97
M11	550.84	449.35	370.68	**1.91**

5 Conclusion

Comme mentionné en introduction, les systèmes automatisés de transport à la demande doivent chercher un équilibre entre les coûts d'opération et la qualité de service offert aux usagers, puisque ce sont des personnes qui sont transportées. Aucune étude systématique sur les meilleurs compromis à atteindre entre les coûts du système et le niveau de service souhaitable avait été effectuée à ce jour. Pour combler cette lacune, cet article a décrit et implanté onze modèles comportant diverses fonctions objectif, dans le cadre de l'algorithme de recherche avec tabous de Cordeau et Laporte (2003b). L'algorithme dans lequel a été implanté les modèles utilisant des heures de service désirées à la place de fenêtres de temps a dû faire l'objet de certaines modifications, lesquelles ont permis d'obtenir une amélioration dans la qualité des solutions obtenues.

Notre analyse avait quatre buts principaux. D'abord, elle visait à comprendre les relations entre les coûts, le niveau de service et les conditions de travail. L'analyse des résultats des modèles relatifs au niveau de service est récapitulée au tableau 15. Deux types d'objectif peuvent être visés par le décideur, soit qu'en moyenne le niveau de service soit élevé ou soit qu'il existe une certaine équité entre le niveau de service offert à chacun des usagers. De plus, le décideur peut vouloir utiliser un critère relatif aux heures de service ou un critère relatif aux temps de transport. Selon ces choix, il devra utiliser le modèle qui leur est associé. Peu importe le critère utilisé, il existe toujours une corrélation négative entre les coûts et le niveau de service.

TAB. 15 – Choix du modèle à utiliser

Critère Objectif	Moyenne	Équité
Heures de service désirées	M1 modifié	MB
Temps de transport des usagers	M3	MB ou M7

Par ailleurs, en ce qui concerne les conditions de travail des chauffeurs, le décideur peut utiliser à sa convenance les modèles M9, M10 ou M11 pour rendre les tournées les plus équitables possible. Comme dans le cas du niveau de service, les conditions de travail des chauffeurs sont toujours corrélées négativement aux coûts.

Ensuite, l'analyse avait pour but de déterminer si d'autres critères de performance, différentes de ceux choisis par Cordeau et Laporte (2003b), pourraient être utilisés pour aider le décideur dans ses choix. En ce qui concerne les modèles relatifs au niveau de service, il est possible d'utiliser le critère «ratios des temps de transport sur les temps directs» en plus des critères relatifs aux fenêtres de temps et aux temps de transport utilisé par Cordeau et Laporte. Par ailleurs, pour les modèles relatifs aux conditions de travail, les critères «nombre maximum de clients desservis à l'heure» et «temps actif total» s'avèrent pertinents.

L'analyse visait aussi à déterminer s'il existe une différence dans les solutions obtenues lorsqu'on utilise des types d'objectifs différents qui considèrent un même critère. Les résultats permettent d'affirmer que les modèles utilisant une fonction additive sont préférables pour minimiser les inconvénients moyens des usagers, tandis que les modèles utilisant une fonction «max» sont meilleurs pour rendre le niveau de service ou les conditions de travail plus équitables. Enfin, il est possible d'affirmer que l'algorithme développé par Cordeau et Laporte (2003b) est assez flexible puisqu'il a permis de prendre en considération ces onze modèles sans trop de difficultés.

Remerciements

Ce travail a bénéficié d'un appui financier du Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada (subventions 227837-04 et 39682-05) et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH).

Références

Aldaihani, M. et M. M. Dessouky (2003). Hybrid scheduling methods for paratransit operations. *Computers & Industrial Engineering* 45, 75–96.

Borndörfer, R., M. Grötschel, F. Klostermeier, et C. Küttner (1997). Telebus Berlin : Vehicle scheduling in a dial-a-ride system. Technical report SC 97-23, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin.

Cordeau, J.-F. (2006). A branch-and-cut algorithm for the dial-a-ride problem. *Operations Research* 54, 573–586.

Cordeau, J.-F. et G. Laporte (2003a). The dial-a-ride problem (darp) : Variants, modeling issues and algorithms. *4OR - Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies* 1, 89–101.

Cordeau, J.-F. et G. Laporte (2003b). A tabu search heuristic for the static multi-vehicle dial-a-ride problem. *Transportation Research Part B* 37, 579–594.

Cordeau, J.-F., G. Laporte, J.-Y. Potvin, et M. W. P. Savelsbergh (2006). Transportation on demand. À paraître dans *Handbooks in Operations Research and Management Science*, C. Barnhart et G. Laporte (éds.), Elsevier, Amsterdam.

Cullen, F. H., J. J. Jarvis, et H. D. Ratcliff (1981). Set partitioning based heuristics for interactive routing. *Networks* 11, 125–143.

Dessouky, M. M., M. Rahimi, et M. Weidner (2003). Jointly optimizing cost, service, and environmental performance in demand-responsive transit scheduling. *Transportation Research Part D* 8, 433–465.

Diana, M. et M. M. Dessouky (2004). A new regret insertion heuristic for solving large-scale dial-a-ride problems with time windows. *Transportation Research Part B* 38, 539–557.

Dumas, Y., F. Soumis, et J. Desrosiers (1990). Optimizing the schedule for a fixed vehicle path with convex inconvenience costs. *Transportation Science* 24, 145–152.

Fleischmann, B., S. Gnutzmann, et E. Sandvoss (2004). Dynamic vehicle routing based on online traffic information. *Transportation Science* 38, 420–433.

Horn, M. E. T. (2002). Fleet scheduling and dispatching for demand-responsive passenger services. *Transportation Research Part C* 10, 35–63.

Jaw, J.-J. (1984). *Solving large-scale dial-a-ride vehicle routing and scheduling problems*. Thèse de Ph.D., Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA. 224p.

Jaw, J.-J., A. R. Odoni, H. N. Psaraftis, et N. H. M. Wilson (1986). A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transporation Research Part B* 20B, 243–257.

Madsen, O. B. G., H. F. Ravn, et J. M. Rygaard (1995). A heuristic algorithm for a dial-a-ride problem with time windows, multiple capacities and multiple objectives. *Annals of Operations Research* 60, 193–208.

Psaraftis, H. N. (1983). An exact algorithm for the single vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows. *Transporation Science* 17, 351–357.

Psaraftis, H. N. et G. G. Tharakan (1979). A dynamic programming approach to the dial-a-ride problem : An extension to the multi-vehicle case. Document de travail R79-39, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA. 60p.

Roy, S., J.-M. Rousseau, G. Lapalme, et J. A. Ferland (1985). Élaboration des routes et horaires de véhicules pour le transport adapté : l'algorithme. Document de travail, Université de Montréal : Centre de recherche sur les transports. 21p.

Savelsbergh, M. W. P. (1992). The vehicle routing problem with time windows : minimizing route duration. *ORSA Journal on Computing* 4, 146–154.

Sexton, T. R. et L. D. Bodin (1985). Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times. *Transporation Science* 19, 378–410.

Sexton, T. R. et Y.-M. Choi (1986). Pickup and delivery of partial loads whit soft time windows. *American Journal of Mathematical and Management Sciences* 6, 369–398.

Stein, D. (1978). Scheduling dial-a-ride transportation systems. *Transportation Science* 12, 232–249.

Toth, P. et D. Vigo (1996). Fast local search algorithms for the handicapped persons transportation problem. In I. H. Osman et J. P. Kelly (Eds.), *Meta-Heuristics : Theory and Applications*, pp. 677–690. Kluwer, Boston.

Toth, P. et D. Vigo (1997). Heuristic algorithms for the handicapped persons transportation problem. *Transportation science* 31, 60–71.

Wilson, N. H. M., R. W. Weissberg, et J. Hauser (1976). Advanced dial-a-ride algorithms research project : Final report. Document de travail R-76-20, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA. 124p.